

PREFÁCIO

Esta monografia constitui uma expansão de uma palestra em honra de Kenneth Arrow que proferi na Universidade de Columbia a 17 de novembro de 2014. Fora-me solicitada uma palestra sustentada num dos muitos contributos de Arrow para a ciência económica; tarefa fácil, considerando que as teorias por ele desenvolvidas trilharam um tão grande caminho na economia. Os palestrantes que me precederam haviam discorrido sobre a economia do bem-estar e a teoria da escolha social, a economia da saúde, a economia da inovação, a economia financeira, e muito mais.

Esta monografia inspira-se numa área diferente da obra de Ken, que incide sobre a teoria do equilíbrio geral e sobre os processos de determinação de preços. Na sua conceção tradicional, a teoria do equilíbrio geral desenvolve alguns dos mais antigos conceitos económicos, remontando a Adam Smith. Teria Smith razão em considerar que os preços podem ser utilizados para orientar a alocação de recursos, mesmo quando existe uma grande diversidade de bens? Poderá a famosa «mão invisível» do mercado ajudar compradores e vendedores a descobrir preços geradores de equilíbrio de mercado — leia-se, preços para os quais a oferta e a procura se encontram em perfeito equilíbrio?

Na tradição neoclássica da teoria do equilíbrio geral, para a qual Arrow deu o seu contributo, estas questões colocavam-se no seio de modelos formais específicos, em que os produtos para os quais serão cotados preços

A DESCOBERTA DOS PREÇOS

fazem parte da formulação. Não é dedicada atenção alguma à razão pela qual são esses produtos específicos os transacionados pela economia. Grande parte da análise parte igualmente do princípio de que os bens são divisíveis (o que é grosso modo verdade para unidades de açúcar e arroz, mas nem tanto para automóveis e casas) e de que a produção não desfruta de economias de escala. Além disso, em quase todos estes modelos reconhece-se unicamente dois tipos de restrições: restrições de recursos, que não permitem à procura exceder a oferta; e, por vezes, restrições de incentivos, que garantem a disponibilidade dos participantes para fornecer informação de planeamento rigorosa e para seguir esse mesmo plano. Desde que os potenciais mercados satisfaçam estas premissas, os modelos são utilizados para colocar questões acerca da eficiência ou ineficiência do equilíbrio. As respostas que forem verdadeiras no modelo formal enformarão a nossa compreensão dos mercados reais.

Nos últimos anos, começou a desenvolver-se entre os cientistas informáticos uma abordagem muito diferente ao estudo dos preços e dos sistemas descentralizados. O seu enfoque está num conjunto de questões que os modelos económicos, no essencial, rejeitam. Um deles é o facto de a descoberta de alocações eficientes de recursos poder exigir doses irrealisticamente avultadas de comunicação entre os participantes, pondo em causa a capacidade até dos mais modernos canais de comunicação. Um segundo problema está no facto de, mesmo que toda a informação necessária esteja disponível, calcular eficientes alocações de recursos pode consumir demasiado tempo, mesmo com computadores muito rápidos. Nestes modelos, poderá haver economias de escala, mas não preços que equilibrem todos os mercados. Em mercados de configurações semelhantes a esta, pode ser importante dispor de sistemas de comunicações e algoritmos que sejam simples, processem muito depressa e forneçam boas aproximações de alocações de recursos eficientes. «Simples», «rápido» e «aproximado» são palavras que raramente encontramos nas teorias económicas tradicionais.

As questões económicas e a ciência informática convergiram no meu trabalho de colaboração com o governo dos EUA, para mudar certas faixas do espectro radioelétrico da radiodifusão televisiva para a banda larga móvel.

PREFÁCIO

Esse trabalho ofereceu-me a oportunidade de homenagear Arrow escrevendo, como ele próprio fazia, frequentemente, na fronteira entre duas disciplinas. Inspirado pela escrita de Arrow, procurei lidar com um conjunto de problemas formulando-os não de forma restritiva, de modo a encaixá-los num quadro conceptual preexistente na ciência económica, mas seguindo-os aonde quer que conduzissem, para conseguir obter uma solução real e funcional. Na minha investigação, uma ideia realçada por Arrow, em particular, assume um papel de destaque: o seu estudo dos substitutos brutos e do seu papel no ajustamento dinâmico de preços que se metamorfoseia, nesta monografia, numa análise de como um sistema baseado em leilões pode ser utilizado para orientar certos problemas complexos de alocação de recursos e encontrar preços associados.

Na preparação desta monografia, beneficiei do apoio e conselho de muitas fontes. A minha investigação foi apoiada em parte por uma bolsa da National Science Foundation. Entre aqueles com quem troquei impressões em Columbia contaram-se o próprio Arrow, a par com Patrick Bolton, Joseph Stiglitz e Jay Sethuraman. Agradeço a todos eles as novas perspectivas com que me brindaram. Em Stanford, vários estudantes e colegas trabalharam comigo ajudando-me a clarificar a minha escrita, a melhorar a notação, a corrigir erros e a garantir a acessibilidade do livro. Por estes serviços inestimáveis, agradeço a Mohammad Akbarpour, Piotr Dworczak, Ricardo de la O Flores, Sidhanth Grover, Alexa Lea Haushalter, Xiaoning Liu, Zheng Ma, Marion Ott, Megan Rose McCann, Erling Skancke, Inbal Talgam-Cohen, Andrew Vogt e Daniel Layton Wright. Finalmente, agradeço aos editores da Columbia University Press, especialmente a Bridget Flannery-McCoy, pela assistência que me providenciaram ao longo de todo o processo.

NOTAS

1. INTRODUÇÃO

- (¹) Segundo a definição da organização norte-americana Wheat Associates (<http://www.uswheat.org/wheatGrade>), trigo vermelho número 2 é trigo que não verifica os requisitos para ser classificado como número 1, mas pesa, ainda assim, pelo menos 58 libras por alqueire; inclui menos de 4% de grãos danificados, incluindo não mais de 0,2% que sofrem de danos devidos a calor; tem não mais de 0,7% de material importado, 5% de grãos mirrados e quebrados, 5% de trigo de outro tipo (como trigo branco), ou 2% de trigo de tipos contrastantes; e não mais de 5% com defeitos totais (o que inclui grãos danificados [total], material importado, e grãos mirrados e quebrados).
- (²) Outro problema do modelo neoclássico é que, quando os produtos são definidos de forma muito precisa, é exigido um número demasiado grande de preços. Grande parte do atractivo deste modelo é o facto de apenas uns quantos preços de itens individuais poderem guiar decisões complexas envolvendo múltiplos itens. Por exemplo, para um problema de controlo de tráfego aéreo, a restrição de que dois aviões não colidam um com o outro poderia ser enunciada como uma restrição de recurso, tratando cada minuto e cada metro cúbico de espaço como um recurso independente. Um plano de voo utiliza um conjunto particular destes recursos, e um conjunto de planos de voo será consistente se a procura total de qualquer recurso individual não exceder 1. Esta é uma formulação logicamente coerente, mas tentar ajustar os preços dos recursos individuais procurando encontrar um conjunto ideal de planos de

voo teria poucas probabilidades de resultar. Como demonstrarei mais tarde, os preços são muito mais eficazes para guiar a substituição entre recursos do que para guiar o uso de recursos complementares do tipo dos que são usados pelos planos de voo.

- (³) Fotografias de diversas casas-prego podem encontrar-se em www.oddee.com/item_99288.aspx.
- (⁴) A manutenção de registos é igualmente um tema candente do moderno desenho de mercado. Um dos primeiros passos para o estabelecimento de uma operação bem-sucedida de transplantes de rins foi a criação de uma base de dados de pacientes e doadores, e respetivas características (Roth *et al.*, 2005).
- (⁵) Nos primeiros dias da televisão, os canais de um recetor de TV correspondiam a bandas de frequência físicas. Atualmente, pelo contrário, o número de canal que um telespectador especifica no seu televisor pode ser diferente do canal de frequência utilizado para transmitir qualquer emissão aérea. São os canais físicos da gama UHF a ganhar valor para usos de banda larga sem fios, e não os canais virtuais selecionados pelos consumidores quando escolhem determinada estação utilizando o seu serviço de cabo ou de satélite.
- (⁶) Por exemplo, foram impostas, através de tratados com o Canadá e o México, restrições que limitam as formas de utilização de certos canais. Além das restrições de cocanais, as restrições impostas pelos tratados impedem certos pares de estações de serem atribuídos a números de canais que difiram por dois ou menos, proporcionando proteção suplementar contra interferências. Estas restrições não correspondem exatamente às de um problema convencional de coloração de grafos. O Canadá concordou em reatribuir as suas próprias estações de TV para libertar as mesmas frequências iguais às dos Estados Unidos, e em coordenar a reatribuição. Isto beneficiará ambos os países, permitindo uma libertação total de frequências nos Estados Unidos e permitindo ao Canadá utilizar as mesmas frequências para banda larga móvel que as usadas nos Estados Unidos. O México concordou igualmente em manter certas frequências livres de emissões de TV, mas apenas para os canais de TV 38–51.
- (⁷) Considera-se que os problemas NP-completos são impossíveis de resolver com um algoritmo «rápido». Para efeitos de coloração de grafos, um algoritmo rápido será aquele para o qual o tempo de solução para um grafo com N curvas é limitado por $\alpha N^{\alpha+1}$ para algum número positivo α . Se um algoritmo não for rápido neste sentido, então não existe o tal α ; por isso, para cada α , existem alguns problemas para os quais o algoritmo leva um tempo por curva superior a αN^{α} . Na prática, isto significa que é provável que o algoritmo leve um tempo

NOTAS

impraticavelmente longo em relação a pelo menos alguns problemas difíceis de grande dimensão.

- (⁸) Às emissoras de baixa potência — as chamadas estações LPTV — não foi concedido este direito. As suas licenças haviam especificado que os seus direitos eram secundários, permitindo-lhes emitir em determinada frequência apenas se tal não criasse interferências com as utilizações primárias, e as novas licenças de banda larga móveis deveriam tornar-se as novas utilizações primárias.
- (⁹) Eu e Robert Wilson, o meu colega professor de Economia em Stanford inventámos, em 1993, a regra da atividade como parte da nossa sugestão de «leilão de rondas múltiplas simultâneas». De acordo com uma regra de atividade, a atividade do licitante ao fazer novas licitações ou ao manter as suas licitações elevadas é medida em cada ronda do leilão. Se um licitante não for suficientemente ativo, perderá parte da sua elegibilidade para licitar em futuras rondas do leilão. A primeira regra de atividade foi incorporada nos primeiros leilões de espectro radioelétrico dos EUA em 1994, e desde então regras semelhantes têm integrado todos os leilões de espectro do país, bem como praticamente todos os leilões de espectro do mundo.

2. (QUASE-)SUBSTITUTOS, PREÇOS E ESTABILIDADE

- (¹) Por contraste, Arrow e Hurwicz demonstraram que, no caso do seu modelo, existe um único vetor de preços equilibradores de mercado. Há duas diferenças entre o seu modelo e este aqui apresentado que explicam esta diferença. Em primeiro lugar, no modelo de Arrow-Hurwicz, o equilíbrio de mercado inclui a condição de haver zero procura líquida para o bem *numéraire*, ao passo que o modelo aqui apresentado requer equilíbrio de mercado apenas para um conjunto limitado de bens. Em segundo lugar, o seu modelo parte do princípio de que todos os bens, e não apenas os bens não-*numéraire*, são substitutos brutos. Esse pressuposto suplementar implica que, dados dois quaisquer vetores de preços para os bens não-*numéraire*, sendo um vetor maior do que o outro em todos os componentes, a procura líquida do bem *numéraire* tem de ser estritamente superior no vetor de preços mais alto. Deste modo, os dois vetores de preços não podem ambos equilibrar o mercado para o bem *numéraire*. No modelo daqueles investigadores, portanto, só pode haver um vetor de preços equilibrador de mercado.
- (²) Mesmo com mais de dois bens não-*numéraire*, existem vetores de preços de equilíbrio mais altos e mais baixos. A demonstração é omitida aqui.

- (3) Keslo e Crawford desenvolvem a teoria sem o pressuposto adicional de que as empresas nunca são indiferentes perante conjuntos de trabalhadores. Sem esse pressuposto, a procura de uma empresa é descrita por uma função de procura multivalores $D^j(\cdot)$, em que $D^j(w^j)$ é uma coleção de conjuntos de trabalhadores, cada uma das quais constitui uma escolha ideal para a empresa no vetor de salários w^j . (Para quase todos os vetores de salários w^j , $D^j(w)$ será um conjunto unitário, mas as exceções são inevitáveis quando as empresas são maximizadoras de lucro e se considera o conjunto total de preços.) Com esta formulação, os trabalhadores são *substitutos brutos* de uma empresa com procura D^j se, para quaisquer dois vetores de salários $w^j \leq w'^j$ (significando que cada componente de w'^j é ligeiramente maior do que o componente correspondente de w^j), se $T \subset S \in D^j(w^j)$ e $w'_i = w^j_i$ para todo o $i \in T$, então existe algum S' tal que $T \subseteq S' \in D^j(w'^j)$.

Informalmente, esta definição de substitutos tem exatamente a mesma interpretação que o caso especial de funções de procura de valor único definidas apenas sobre o domínio de salários restrito W : afirma que aumentar os salários para alguns trabalhadores nunca diminui a procura para o grupo de trabalhadores (os de T) cujos salários permanecem inalterados.

- (4) Note-se que se $j \in R_i(w)$, então $i \in D^j(w^j)$, o que implica que existe algum $n \leq N$ tal que $w^j = \hat{w}_n$. Assim, os valores especificados para F encontram-se na gama apropriada.
- (5) Para desigualdades entre vetores em \mathbb{R}^N , escrevemos $x \leq y$ para significar $x_n \leq y_n$, pois $n = 1, \dots, N$; $x < y$ para significar $x \leq y$ e $x \neq y$; e $x \ll y$ para significar $x_n < y_n$, pois $n = 1, \dots, N$.
- (6) Os investigadores de operações e cientistas computacionais caracterizaram exatamente quão difícil este género de problemas pode ser enquanto parte de um ramo da matemática conhecido por *teoria da complexidade*. O problema de *verificar* se uma solução proposta \hat{x} para um problema da mochila é ótimo é NP-completo (Papadimitriou, 1994). Esta caracterização de «dificuldade» é habitualmente entendida tendo como pano de fundo a hipótese da teoria comum da complexidade de que $P \neq NP$. Com esta hipótese, a afirmação de que a categoria de problemas da mochila é NP-completa significa que, para *qualquer* algoritmo de solução e *qualquer* função polinomial F , existem problemas da mochila cujos tipos de execução são maiores do que $F(N)$. Uma maneira informal de descrever esta conclusão é afirmar que os problemas da mochila têm tempos de execução de pior cenário «exponenciais».

NOTAS

- (7) Em casos em que dois itens têm o mesmo valor/tamanho, podemos utilizar a aleatorização para quebrar o impasse e fixar uma ordenação.
- (8) Se uma empresa é uma maximizadora de lucro neste modelo, e os trabalhadores são substitutos, então pode demonstrar-se que aumentar um vencimento não pode aumentar o número de trabalhadores contratados pela empresa. Esta propriedade, conhecida por «lei da procura do agregado», foi enunciada por Hatfield e Milgrom (2005).
- (9) A premissa segundo a qual o licitante sabe o valor do item não é inocente para muitos leilões, visto que alguns itens retiram valor de aspectos como beleza percebida, autenticidade ou valor de revenda que podem depender daquilo que os outros sabem. Estas podem ser questões importantes, mas não as principais para esta monografia, pelo que partimos do princípio de que os licitantes conhecem de facto os seus próprios valores.
- (10) Segue-se a demonstração. Se $\alpha(v)$ não é monótono, isso significa que existe algum v tal que $n \in \alpha(v)$ e algum $v'_n > v_n$ tal que $n \notin \alpha(v'_n, v_{-n})$. Nesse caso, um dos tipos v_n ou v'_n tem de ter um incentivo para comunicar falsamente quando os outros têm um perfil de tipo v_{-n} . É que, se o tipo v_n não tiver tal incentivo, então $v_n - p_n(v) \geq p_n(v'_n, v_{-n})$. Nesse caso, se o tipo de n for v'_n e ele anunciar erroneamente o seu tipo como sendo v_n , ganha e recebe a recompensa $v'_n - p_n(v) > v_n - p_n(v) \geq p_n(v'_n, v_{-n})$. Por outras palavras, a recompensa de informar com falsidade é estritamente maior do que a recompensa de informar com verdade.
- (11) Podemos igualmente definir um equilíbrio de Nash *misto* de forma similar, permitindo aos proprietários aleatorizar por entre as suas estratégias puras. Não usámos isso no nosso modelo, pelo que o omitimos aqui.
- (12) A lei da procura aplica-se na minha especificação, uma vez que a forma das recompensas dos jogadores elimina qualquer «efeito de rendimento». A questão dos efeitos de rendimento é aprofundada em pormenor em muitos textos introdutórios convencionais de microeconomia.
- (13) À custa de alguma notação suplementar, isto pode ser alargado ao caso no qual o comprador tem um valor diferente para cada item, o qual deverá ser subtraído do custo no seu problema de minimização de custos.
- (14) Nesta aplicação, as restrições reais são muito mais complexas. Descrevemo-las e analisamo-las num capítulo posterior.
- (15) Existe uma extensa literatura matemática acerca de matroides, com aplicações em otimização combinatória, teoria das redes, teoria da codificação, e mais. Apesar de ter tentado tornar este capítulo autocontido, todos os resultados

sobre matroides aqui referidos são bem conhecidos. Para pormenores adicionais acerca da teoria dos matroides, ver Neel e Neudauer (2009) ou Oxley (2011).

3. LEILÕES DE VICKREY E SUBSTITUIÇÃO

- (¹) Quando formularmos, mais tarde, problemas de maximização, admitiremos que existem soluções para as quais será suficiente que a escolha seja feita a partir de um conjunto finito. Grande parte do desenvolvimento que se segue funciona igualmente sem o pressuposto de finitude, desde que existam outras formas de assegurar que os máximos requeridos existem.
- (²) Se a premissa da conexão de percursos for omitida, pode construir-se um exemplo com múltiplas regras de pagamento, da seguinte maneira: suponhamos que $N = 1$ e que existe um único bem para venda. O único licitante tem um custo de fornecimento para o bem que é ou zero ou um (de modo que os valores possíveis não formam um conjunto conexo). Consideremos o mecanismo direto no qual o item apenas é adquirido se o custo apresentado for inferior a um meio, e nesse caso o preço pago é um número $p(0) \in (0, 1)$. Cada um de tais preços corresponde a um diferente mecanismo direto à prova de estratégia, pelo que não existe um preço único à prova de estratégia neste exemplo. Para a mesma função de resultado α , se os custos possíveis forem dados por $\theta_1 \in \Theta_1 = [0, 1]$, então o único preço que torna (α, p^α) à prova de estratégia é $p^\alpha(\theta) = \frac{1}{2}$ para $\theta < \frac{1}{2}$, e $p^\alpha(\theta) = 0$ nos restantes casos.
- (³) A dependência do valor de coligação relativamente à presença do comprador é suprimida nesta notação, o que a torna diferente da habitual definição académica da função de valor de coligação.

4. LEILÕES DE ACEITAÇÃO DIFERIDA E QUASE-SUBSTITUTOS

- (¹) No desenho de leilões em geral, nada é mais importante do que atrair licitações de licitantes sérios. No contexto do leilão de incentivos, uma pequena empresa que possui uma única estação de TV em um ou em poucos mercados de emissões seria com toda a probabilidade um licitante inexperiente confrontado com paradas muito altas — vender o negócio de família! — e envolvido numa transação desconhecida, única na vida. Após o leilão, com menos canais em operação, aos licitantes que não vendem os seus direitos seriam-lhes atribuídos

NOTAS

canais valiosos. De acordo com a teoria do equilíbrio, os preços pagos no leilão poderiam ser próximos do valor do canal após o leilão, pelo que a não participação poderia ser uma opção real e viável para os licitantes. A melhor forma de contrariar esse incentivo é tornar segura e fácil a participação no leilão, especialmente para os licitantes mais pequenos.

- (²) Os leitores que procurem uma descrição formal e geral deverão consultar Li (2015).
- (³) Os desenvolvimentos nesta secção baseiam-se num artigo científico da autoria de Milgrom e Segal (2015).
- (⁴) Por exemplo, temos restringido os decréscimos de tal forma que $\Delta(A^t) \geq \min(p_{n^*}(A^{t-1}), \underline{\Delta})$ para algum $\underline{\Delta} > 0$.